Analisi, stima e previsione di dati, esercitazione in LADISPE, 10 Maggio 2007

Identificazione di modelli per le dinamiche verticali di autoveicoli: parte I

Introduzione

Il sistema in Figura 1 rappresenta un modello quarter-car per le dinamiche verticali di un autoveicolo.

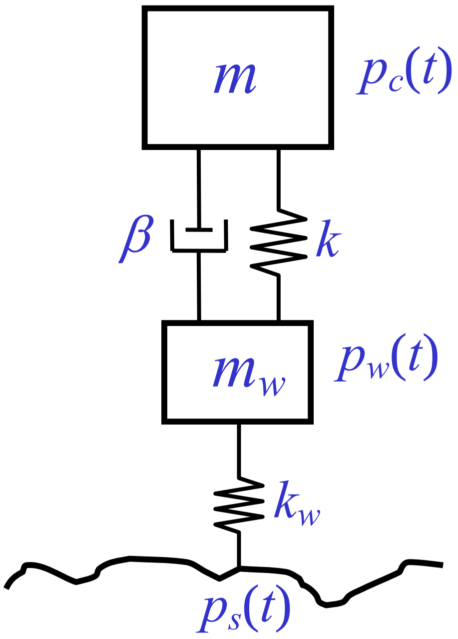

Figura 1

Variabili:
$p_c(t)$ = posizione verticale di ¼ di cassa del veicolo (m)
$p_w(t)$ = posizione verticale della ruota (m)
$p_s(t)$ = altezza del profilo stradale in corrispondenza della ruota (m)

Costanti:
m = massa di ¼ di veicolo (Kg)
m_w = massa della ruota (Kg)
k = costante elastica della sospensione (N/m)
β = coefficiente di attrito viscoso ammortizzatore (N*s/m)
k_w = costante elastica del pneumatico (N/m)

Le equazioni differenziali che descrivono il modello quarter-car sono:

$$m\ddot{p}_c = -\beta(\dot{p}_c - \dot{p}_w) - k(p_c - p_w)$$
$$m_w\ddot{p}_w = \beta(\dot{p}_c - \dot{p}_w) + k(p_c - p_w) - k_w(p_w - p_s)$$

Ponendo $x = [p_c \quad p_w \quad \dot{p}_c \quad \dot{p}_w]^T$, $u = p_s$, $y = p_c$, si ottengono le seguenti equazioni di stato:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A_c x(t) + B_c u(t)\\ y(t) &= C_c x(t)\end{aligned} \qquad A_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\dfrac{k}{m} & \dfrac{k}{m} & -\dfrac{\beta}{m} & \dfrac{\beta}{m} \\ \dfrac{k}{m_w} & -\dfrac{k+k_w}{m_w} & \dfrac{\beta}{m_w} & -\dfrac{\beta}{m_w} \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dfrac{k_w}{m_w} \end{bmatrix}, \quad C_c = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

Discretizzando questo sistema col metodo di Eulero esplicito, si ha:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \qquad A = I + T_s A_c,\ B = T_s B_c,\ C = C_c \tag{1}$$

dove T_s è il tempo di campionamento.

Generazione dei dati

(1.1) Definire il sistema (1) su un file Matlab (comando ss) usando i seguenti valori dei parametri: m=1585/4 Kg, m_w=40 Kg, k=17500 N/m, β=2500 N*s/m, k_w=2e5 N/m, T_s=1/512 s. Il sistema (1) con questi valori dei parametri è detto *sistema vero*.

(1.2) Simulare il sistema (1) (comando lsim) usando come ingresso il profilo stradale del file profilo_random_1.mat. Corrompere il segnale di uscita ottenuto dalla simulazione con un rumore bianco gaussiano (comando randn) con media nulla e deviazione standard σ=1e-4. Il segnale di uscita corrotto da rumore sia indicato con y_m.

Identificazione di un modello in equazioni di stato del IV ordine

Si supponga che i valori delle masse m, m_w siano noti con buona accuratezza, e che invece i valori dei parametri k, β, k_w non siano noti. Il problema è stimare k, β, k_w.

(2.1) Creare una funzione Matlab E=f_costo_1(p) che simuli il sistema (1) usando i seguenti valori dei parametri:

m=1585/4, m_w=40, T_s=1/512
k=p(1), β=p(2) , k_w=p(3)

Sia y l'uscita simulata con tali valori dei parametri. La funzione f_costo_1 deve fornire come uscita l'errore quadratico medio tra y_m e y:

$$E = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[y_m(k) - y(k)\right]^2$$

dove N è la lunghezza del segnale y_m. Per utilizzare all'interno della funzione f_costo_1(p) variabili definite fuori dalla funzione stessa e diverse da p, conviene definire tali variabili come globali.

(2.2) Ottenere la stima dei parametri p come:

$$\hat{p} = \text{fminsearch(@f\_costo\_1,p0)}$$

dove p0 è un vettore con dei valori iniziali dei parametri k, β, k_w. Provare per esempio con p0=[15000 3000 1e5] e p0=[10000 6000 1e4]. Il sistema (1) con i valori dei parametri ottenuti da questa minimizzazione è detto *modello 1*.

Il comando fminsearch minimizza (localmente) l'uscita della funzione f_costo_1(p), ovvero l'errore quadratico medio E, rispetto a p, partendo da un valore iniziale p0. Al posto di fminsearch si può usare fminunc. I due comandi hanno la stessa sintassi e le stesse funzionalità, ma possono fornire risultati diversi.

(2.3) Simulare il sistema vero ed il modello 1 sul profilo stradale random usato per l'identificazione e paragonare graficamente i segnali di uscita ottenuti.

(2.4) Simulare il sistema vero ed il modello 1 sul profilo stradale del file profilo_traversina.mat e paragonare graficamente i segnali di uscita ottenuti.

Identificazione di un modello in equazioni di stato del II ordine

Si consideri il modello quarter-car semplificato di Figura 2.

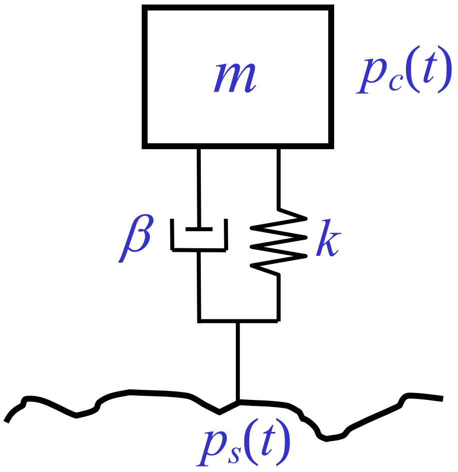

Figura 2

L'equazione differenziale che descrive questo modello è:

$$m\ddot{p}_c = -\beta(\dot{p}_c - \dot{p}_s) - k(p_c - p_s)$$

Ponendo $x = [\dot{p}_c \quad p_c - p_s]^T$, $u = \dot{p}_s$, $y = \dot{p}_c$, si ottengono le seguenti equazioni di stato:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_c x(t) + B_c u(t) \\ y(t) &= C_c x(t) \end{aligned}$$

$$A_c = \begin{bmatrix} -\dfrac{\beta}{m} & -\dfrac{k}{m} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} \dfrac{\beta}{m} \\ -1 \end{bmatrix}, \quad C_c = [1 \quad 0]$$

che rappresentano un sistema G con ingresso $\dot{p}_s$ e uscita $\dot{p}_c$. Poiché $y = \frac{1}{s}\dot{y} = \frac{1}{s}G\dot{u} = G\frac{1}{s}\dot{u} = Gu$, segue allora che le equazioni di stato qui sopra rappresentano anche un sistema con ingresso p_s e uscita p_c.

Discretizzando il sistema col metodo di Eulero esplicito, si ha:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \qquad A = I + T_s A_c,\ B = T_s B_c,\ C = C_s \tag{2}$$

dove T_s è il tempo di campionamento.

Si supponga che i valori della massa m sia noto con buona accuratezza, e che invece i valori dei parametri k, β non siano noti. Il problema è stimare k, β.

(3.1) Creare una funzione Matlab E=f_costo_2(p) che simuli il sistema (2) usando i seguenti valori dei parametri:

m=1585/4, T_s=1/512
k=p(1), β=p(2)

Sia y l'uscita simulata con tali valori dei parametri. La funzione f_costo_2 deve fornire come uscita l'errore quadratico medio E tra y_m e y.

(3.2) Ottenere la stima dei parametri p come:

$\hat{p}$ = fminsearch(@f_costo_2,p0)

dove p0 è un vettore con dei valori iniziali dei parametri k, β. Il sistema (2) con i valori dei parametri ottenuti da questa minimizzazione è detto *modello 2*.

(3.3) Simulare il modello 2 sul profilo stradale random usato per l'identificazione e paragonare graficamente il segnale di uscita ottenuto con quello ottenuto dal il sistema vero al passo (2.3).

(3.4) Simulare il modello 2 sul profilo stradale del file profilo_traversina.mat e paragonare graficamente il segnale di uscita ottenuto con quello ottenuto dal il sistema vero al passo (2.4).